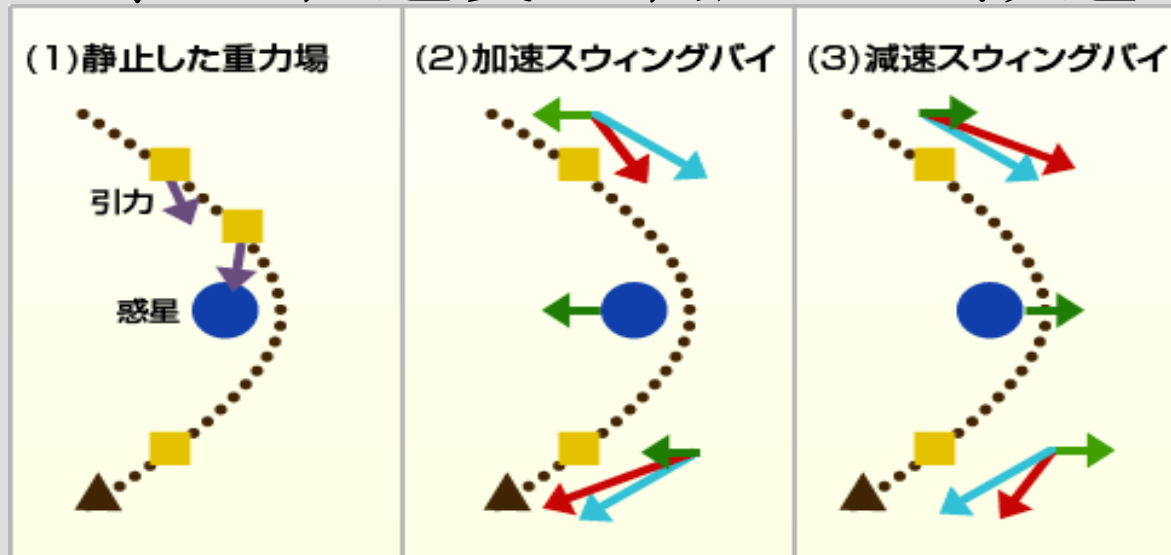


非線形二階微分方程式の数値解法 ～スイングバイの最適化～

北海道大学 地球惑星科学科
相河 卓哉

スイングバイ

探査機に巨大な質量（木星など）のすぐ近くを通らせ、公転速度を利用し加減速する技術



最適な軌道を見つければ
相対論的速度も夢じゃない（かも？）

解くべき微分方程式

\mathbf{r} を質点の位置ベクトルとし、位置 \mathbf{r}_0 に質量 M の質点がある場合、 \mathbf{r} は時間 t の関数として、

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

を満たす。ただし、 G は比例定数である。

解くべき微分方程式

木星の周囲を探査機がスイングバイして加速する場合を考える。
スイングバイの時間間隔では木星は一定の速度と考えてよいので、解くべき微分方程式は

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = - \frac{GM}{|\mathbf{r} - t\mathbf{V}_j|^3} (\mathbf{r} - t\mathbf{V}_j)$$

\mathbf{V}_j : 木星の速度

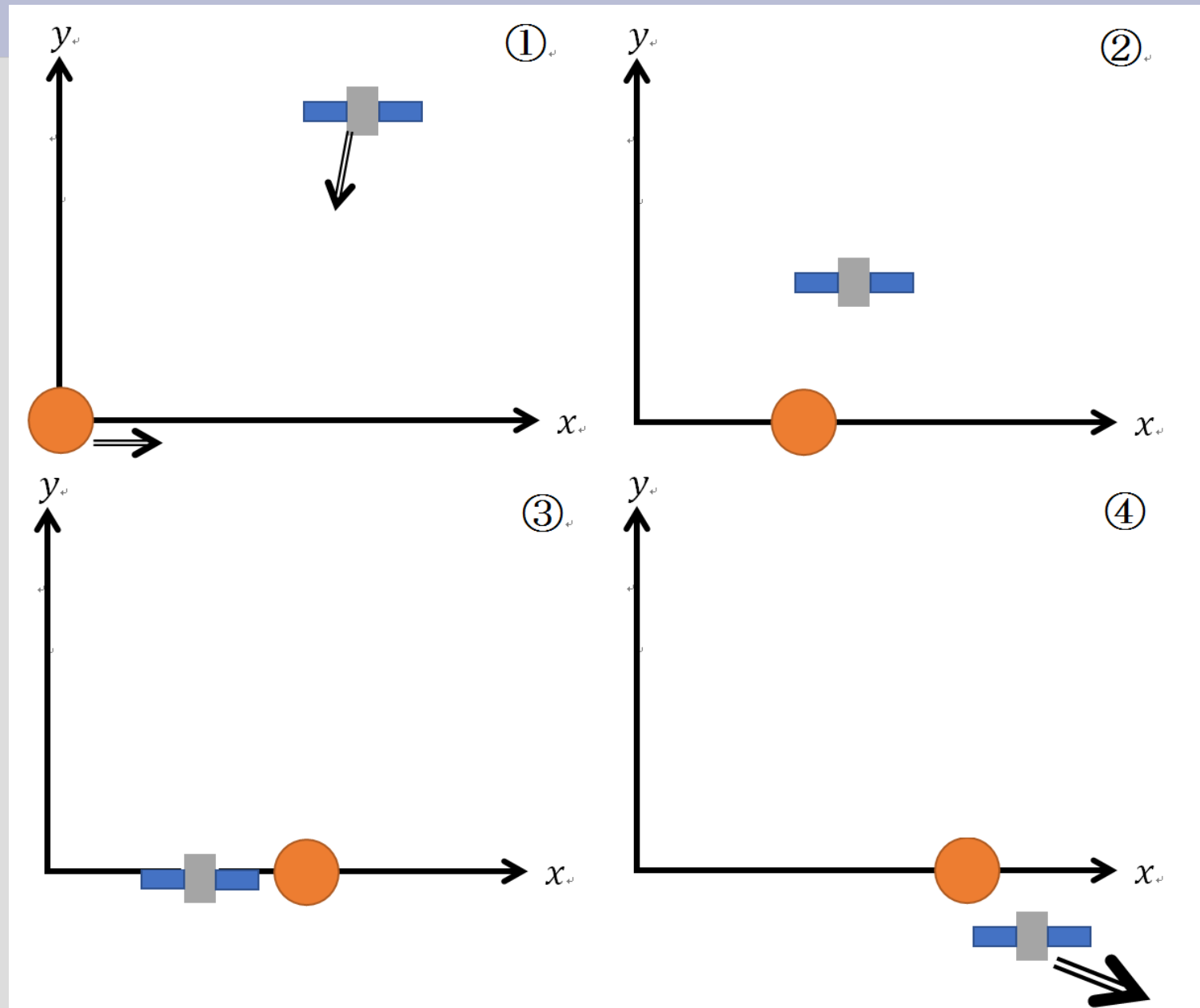
解くべき微分方程式

木星の運動が x 軸正の向きになるようにすると、微分方程式は成分ごとに分けられ、結局

$$\frac{d^2x}{dt^2} = - \frac{GM(x - tV_j)}{\left((x - tV_j)^2 + y^2 \right)^{\frac{3}{2}}}$$

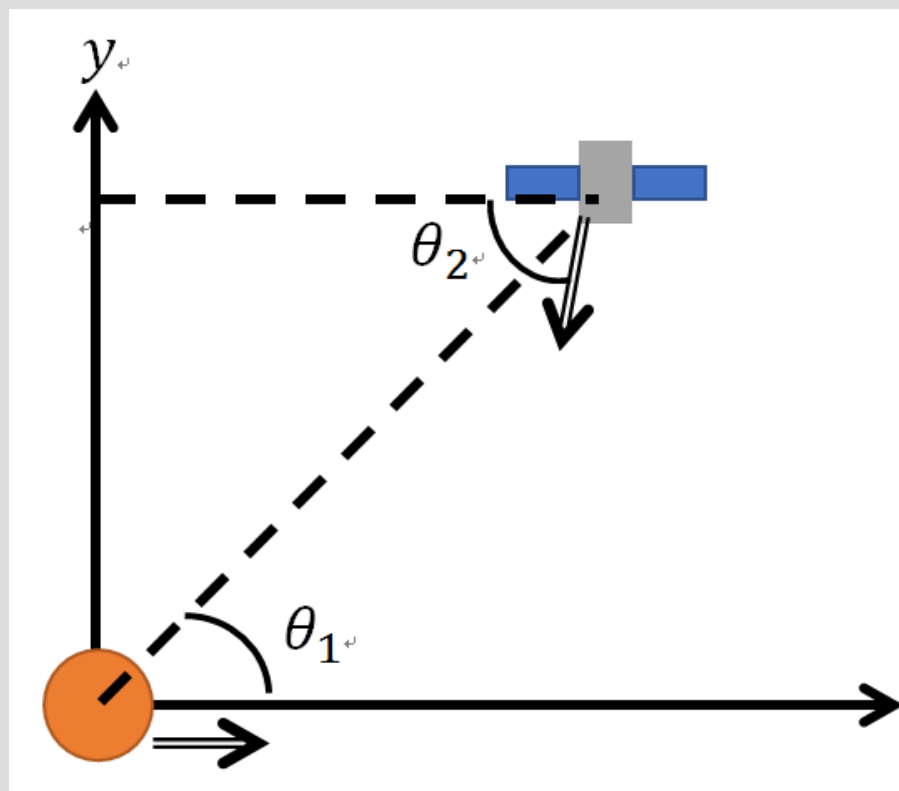
$$\frac{d^2y}{dt^2} = - \frac{GM y}{\left((x - tV_j)^2 + y^2 \right)^{\frac{3}{2}}}$$

イメージ図



条件設定

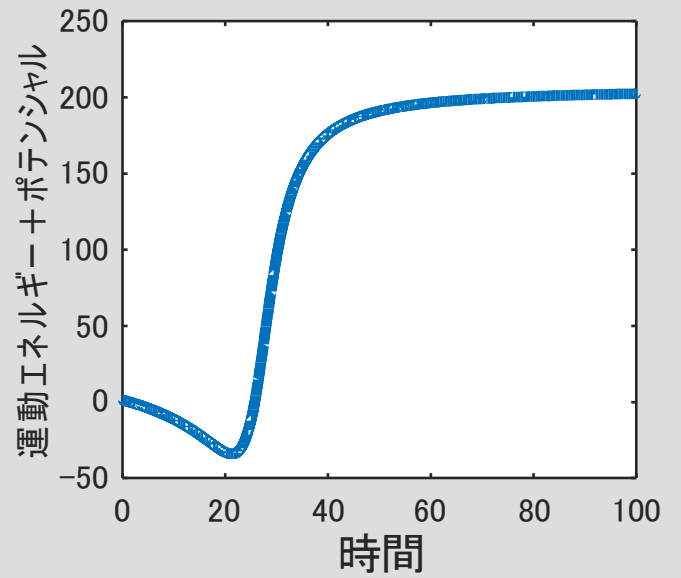
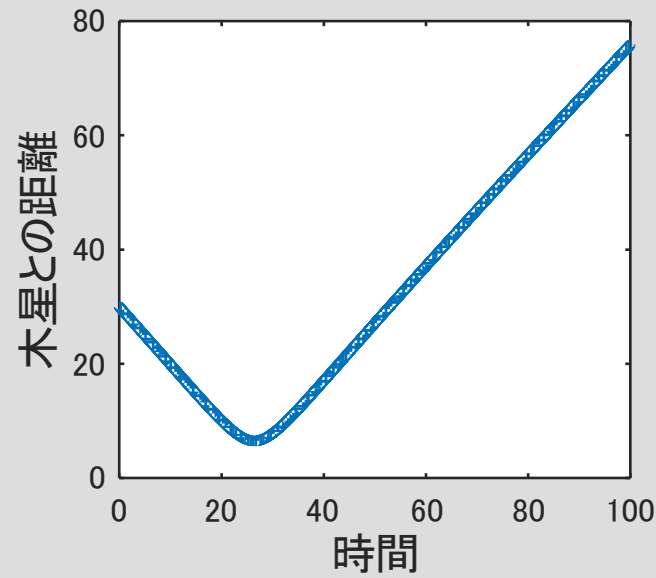
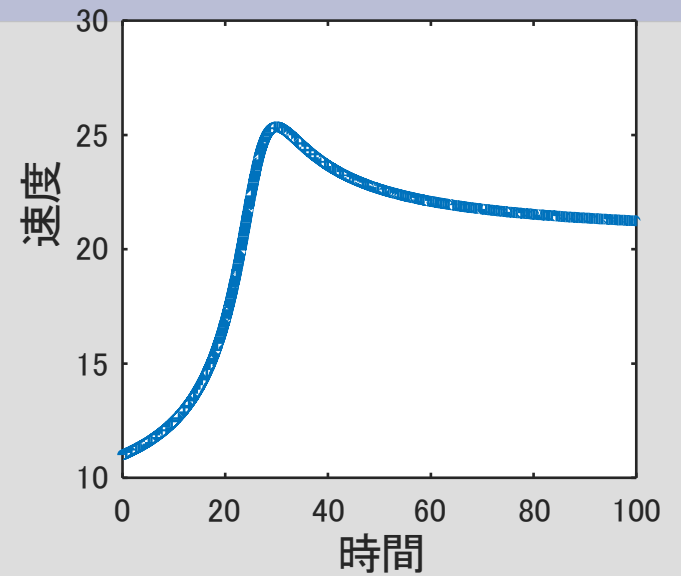
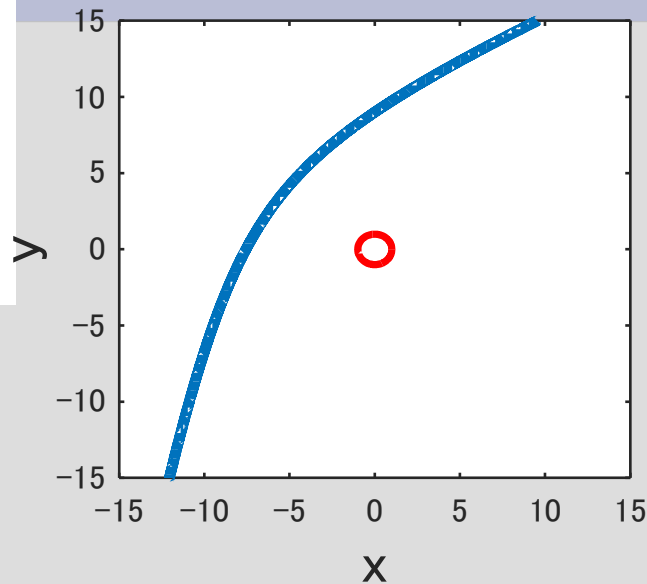
- 速度…ボイジャーが実際に木星でスイングバイした直前の速度 11 km/s
- 距離…木星から木星半径の30倍 215 万 km
- 侵入角度を変化させてスイングバイ後の最終速度を最大化したい



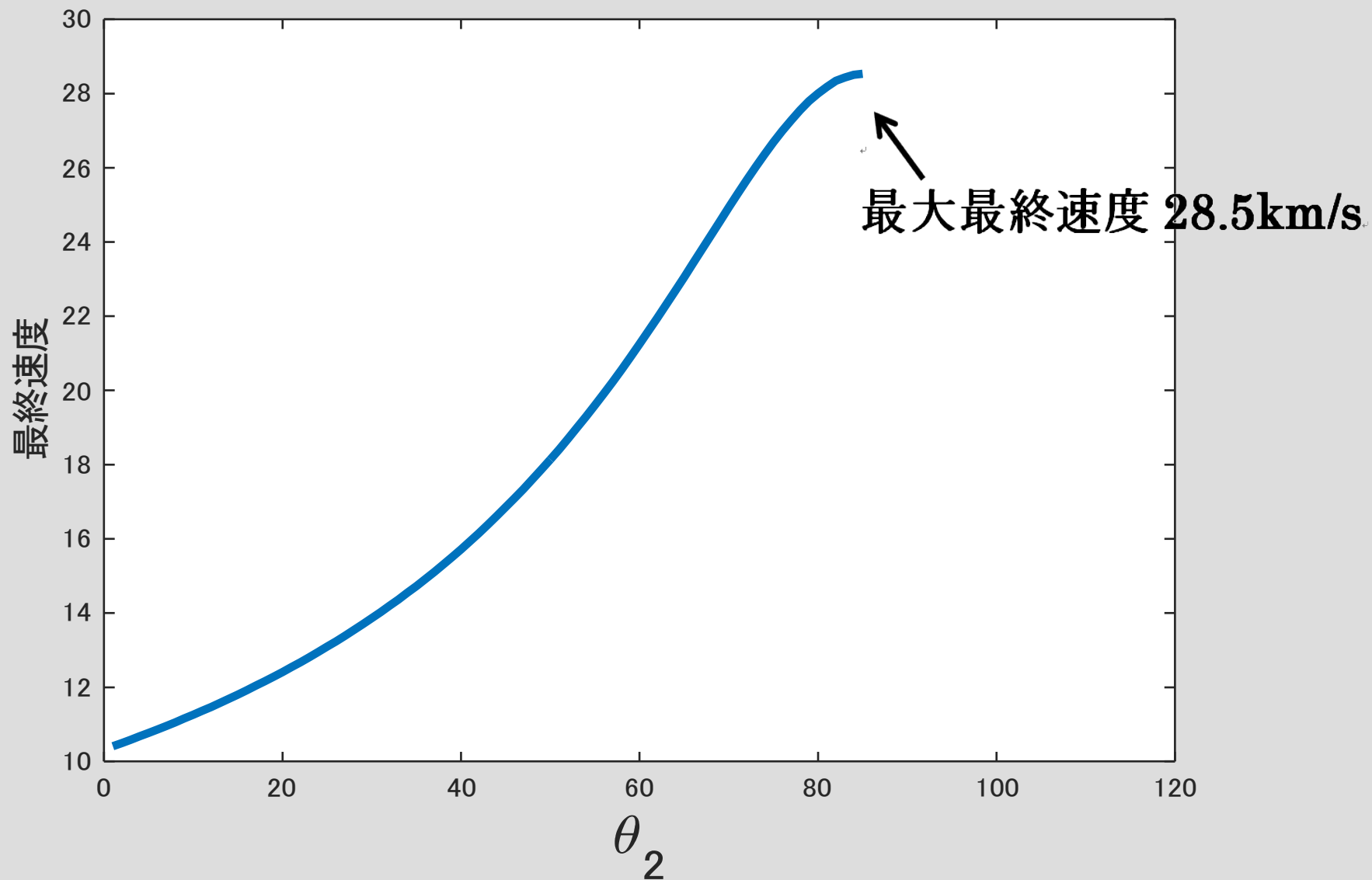
とりあえず飛ばしてみる

$$\theta_1 = 45^\circ$$

$$\theta_2 = 60^\circ$$

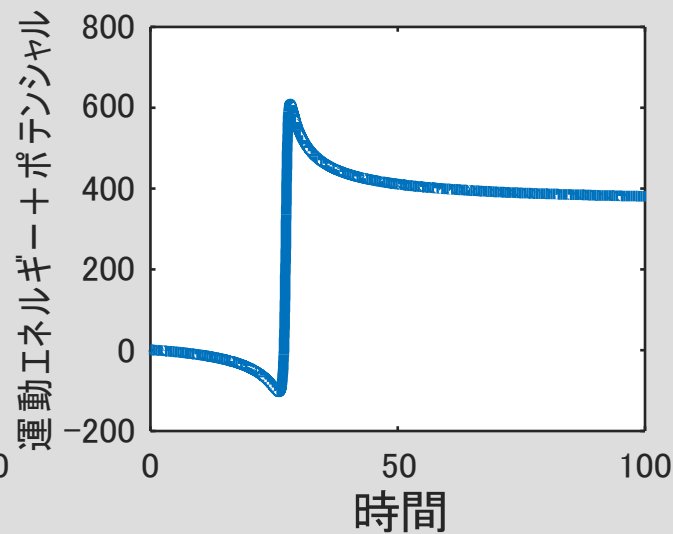
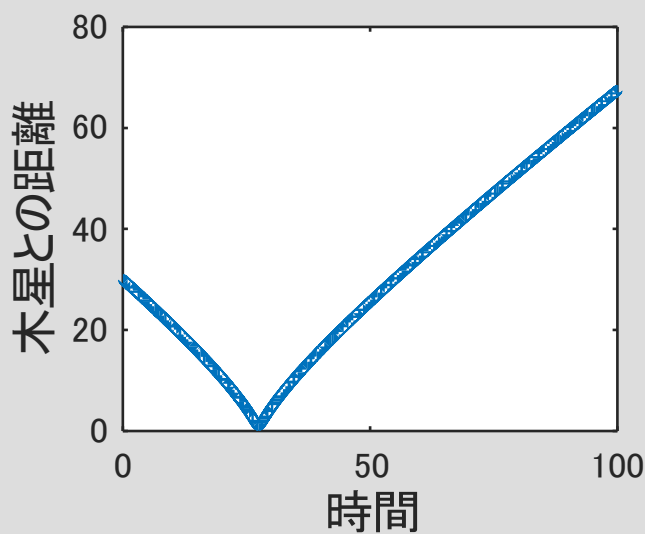
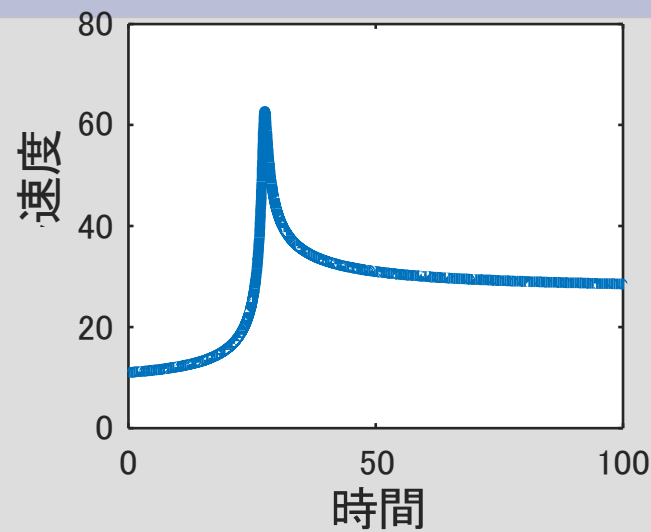
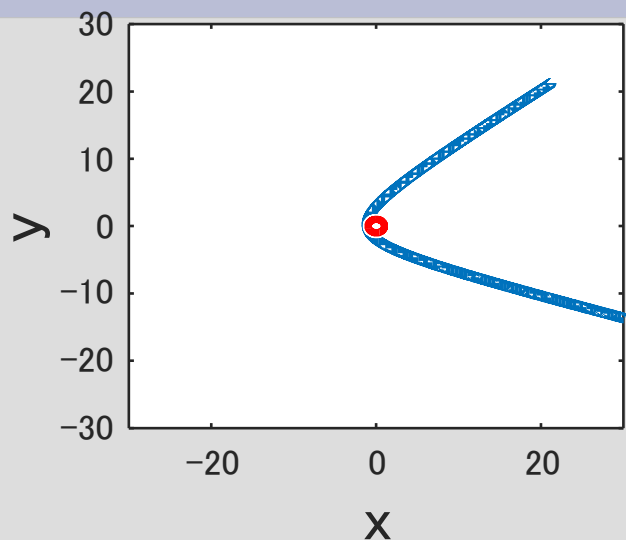


$\theta_1 = 45^\circ$ を固定して θ_2 を変化させる

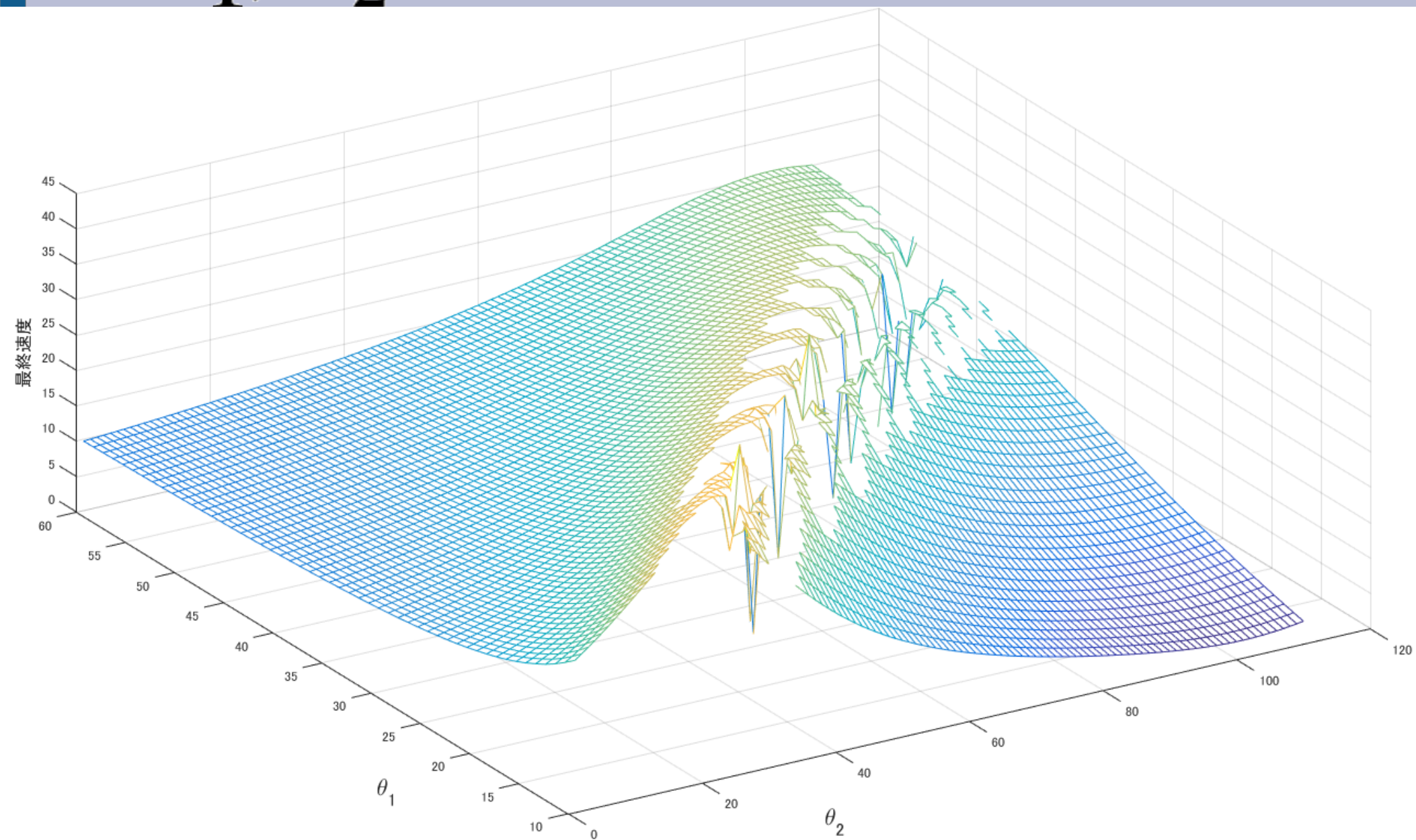


$\theta_1 = 45^\circ$ を固定して θ_2 を変化させる

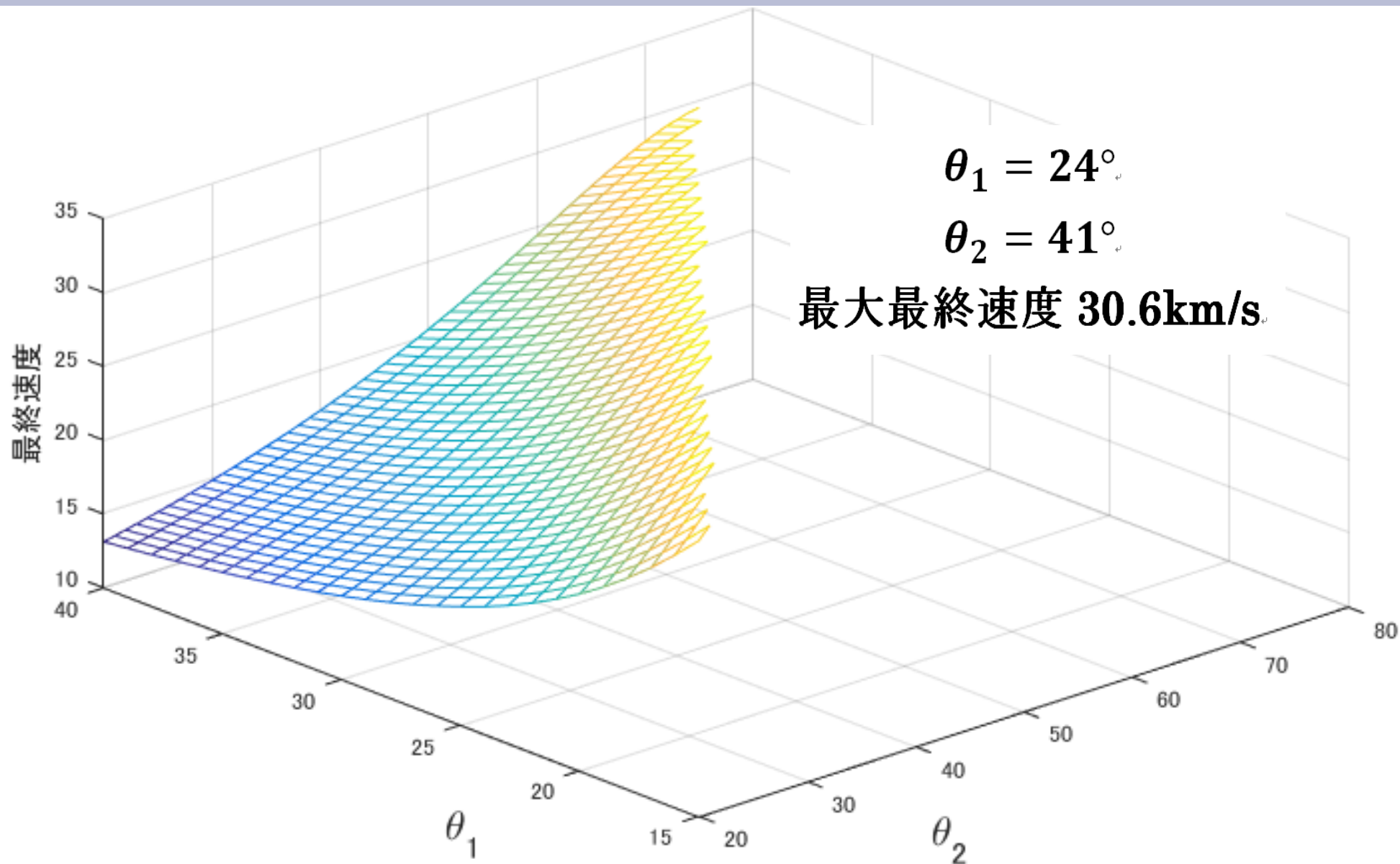
$\theta_2 = 85^\circ$



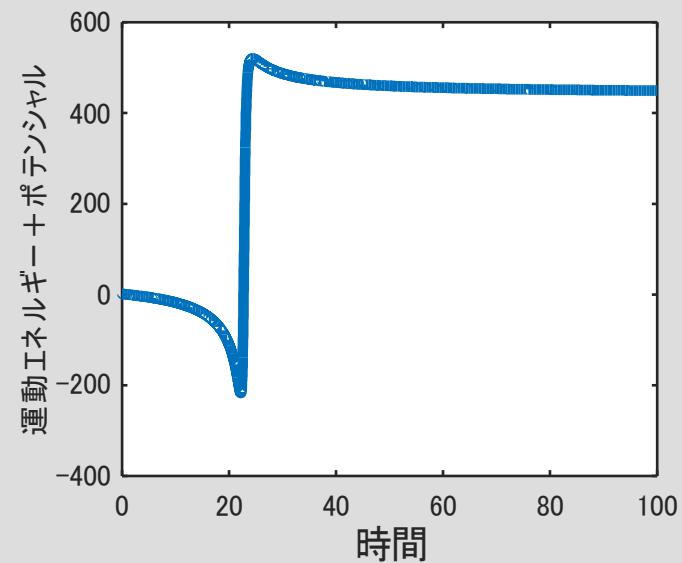
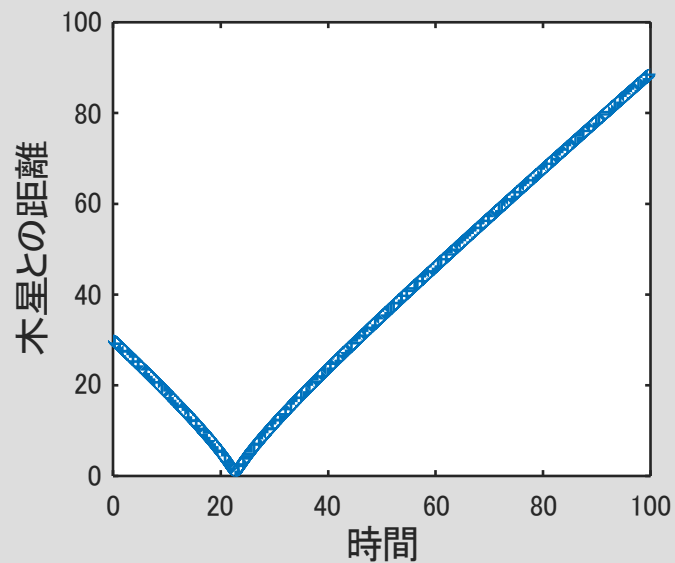
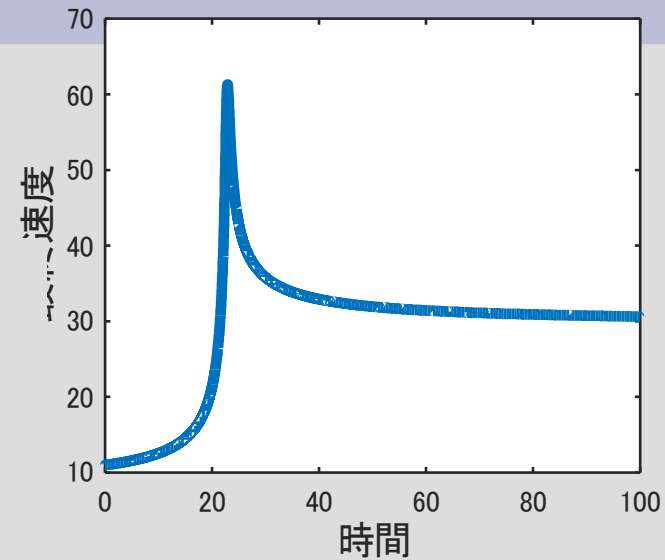
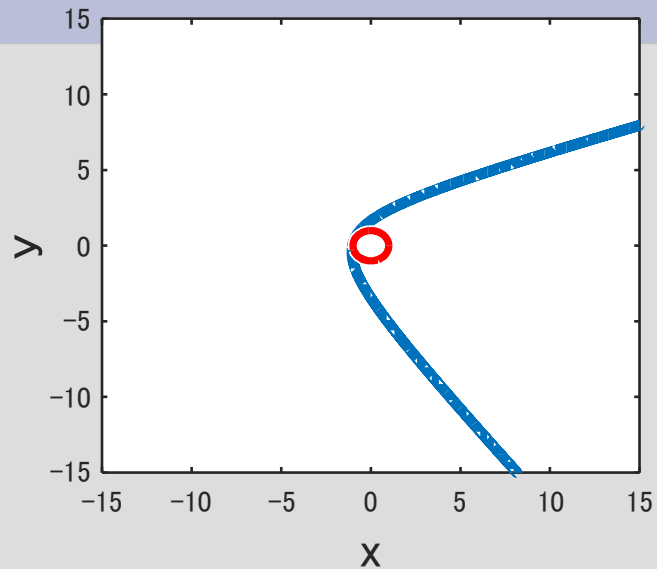
θ_1, θ_2 の両方を変化させる



木星すれすれの軌道を高精度計算

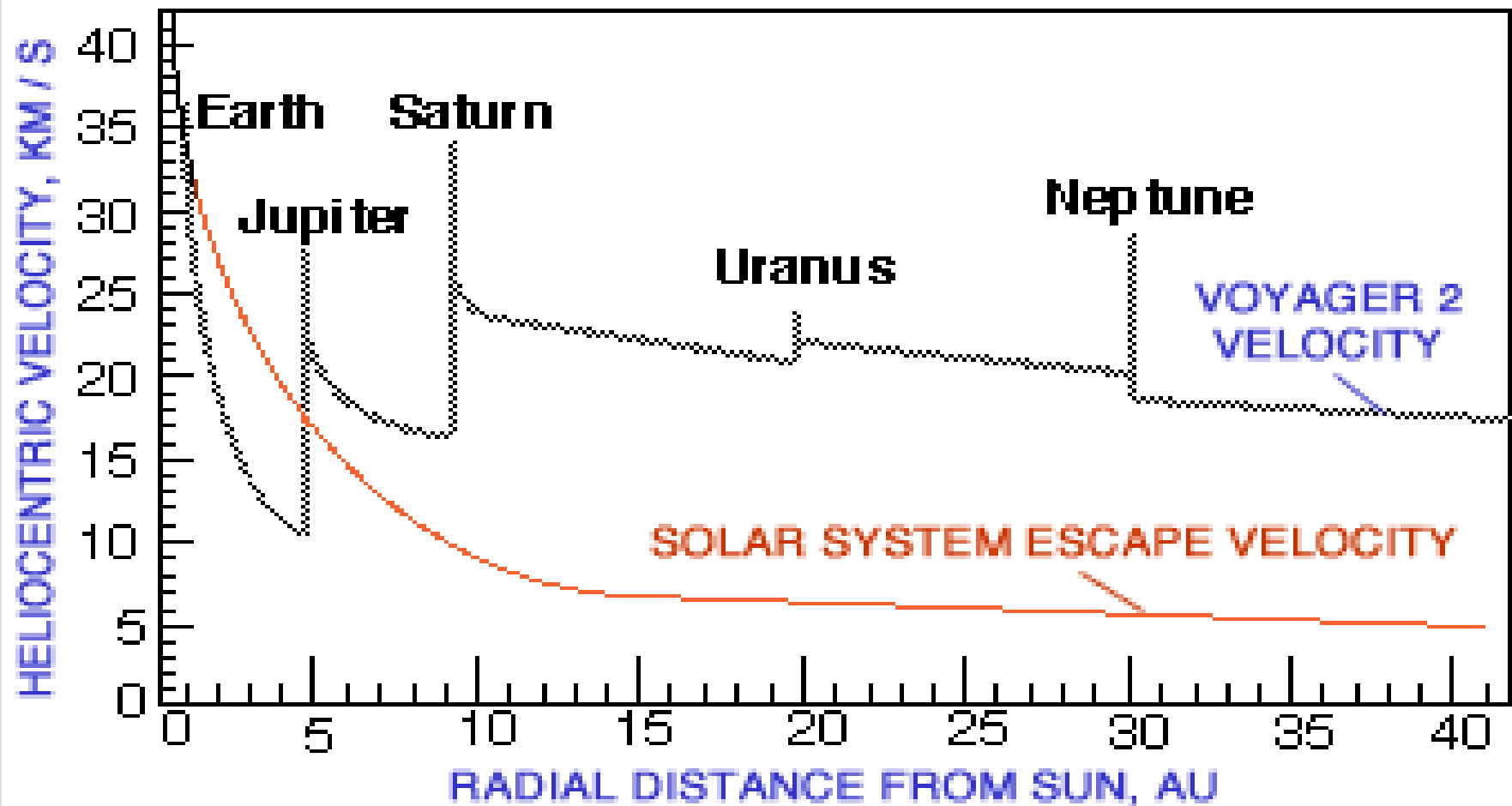


今回の条件での最高速軌道

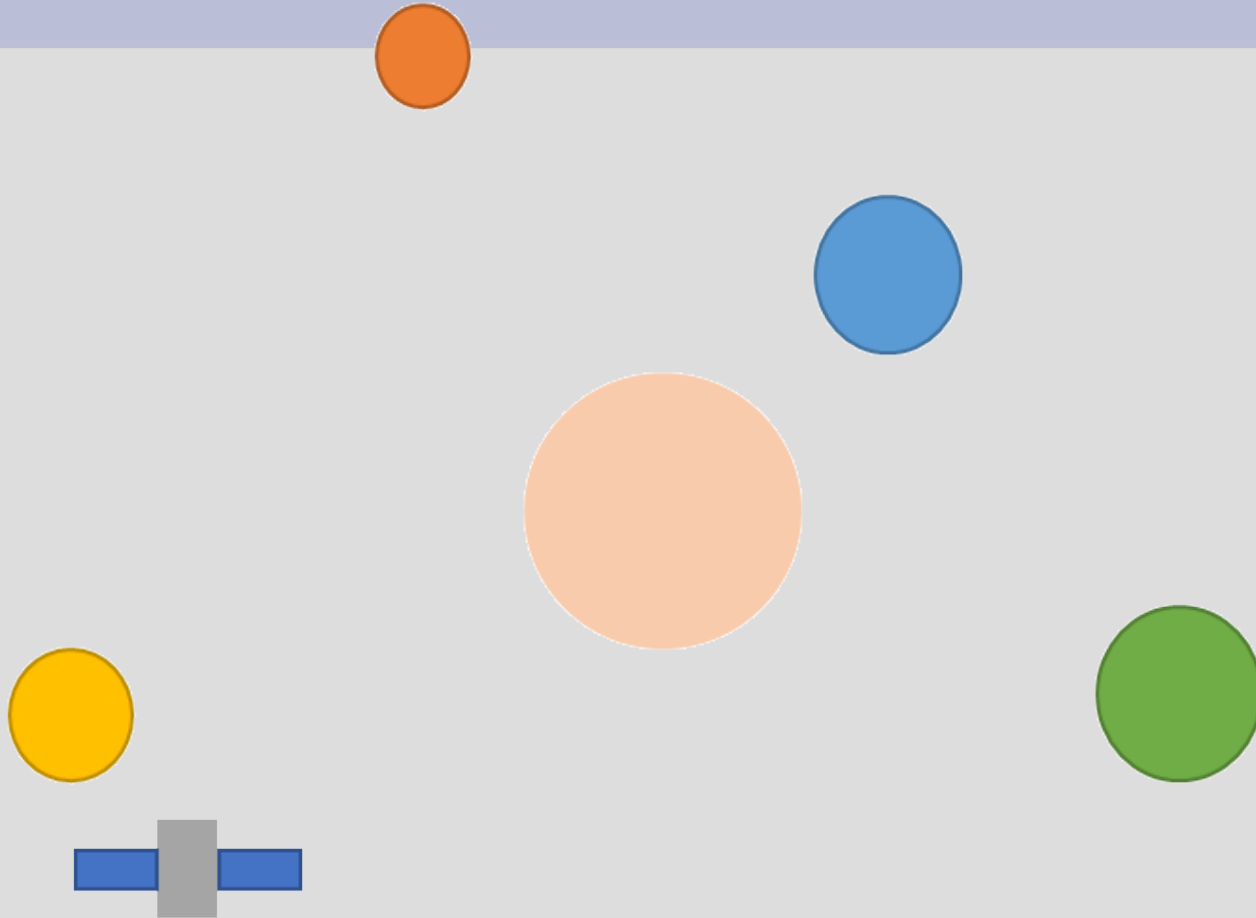


実際のボイジャー

スイングバイ後は 22 km/s くらい



スイングバイ式タイムマシン？



適当な質量配置と初期条件で人類が到達した
ことがない速度が達成できるかも？